MA CHE STRANI QUESTI NUMERI PERIODICI!

È tutto merito dei ragazzi della classe 2ª C (2011-2012) di Casacastalda se mi sono decisa a presentarvi questa dimostrazione. Nonostante "facciano finta" di trovare mille difficoltà con la matematica, in realtà mostrano un'invidiabile voglia di capire. Così non riescono a mandare giù la regola mnemonica per trovare la frazione generatrice di un numero decimale periodico. Questa incomprensibile regola dice che:

"*Per trovare la frazione generatrice di un numero decimale illimitato periodico si scrive una frazione che ha per numeratore la differenza tra il numero dato, scritto senza virgola, e il numero formato da tutte le cifre che precedono il periodo; e per denominatore un numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo, seguiti da tanti zeri quante sono, se esistono, le cifre dell'antiperiodo*".

Per esempio: $8,\overline{6}=\frac{86-8}{9}=\frac{78}{9}=\frac{26}{3}$. MA PERCHÉ????

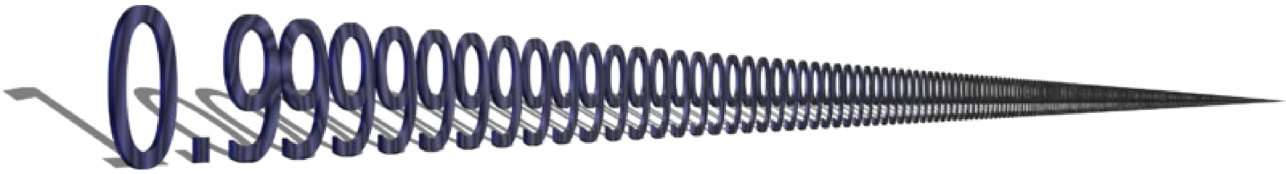
Vi avverto la dimostrazione che ho ripreso da Wiki contiene concetti che studierete solo alle superiori e che dovrete accettare, ma cerchiamo comunque di capire qualcosa per sfatare il mistero di questa regola.

Consideriamo il seguente numero decimale periodico semplice scritto in forma generale: $x=0,\overline{a_1...a_n}$, dove l'espressione $\overline{a_1...a_n}$ non vi deve spaventare è solo un modo per scrivere un periodo qualsiasi. Adesso consideriamo il numero A come quel numero che si ottiene mettendo una dietro l'altra le cifre del periodo, cioè se il numero fosse $0,\overline{456}$, il numero A sarebbe uguale a 456. Il numero $0,\overline{456}$ possiamo scriverlo anche come: $0,\overline{456}=\frac{456}{10^3}+\frac{456}{10^6}+\frac{456}{10^9}+...$. Passando al caso generale, il numero x può essere scritto sotto questa forma: $x=\frac{A}{10^n}+\frac{A}{10^{2n}}+\frac{A}{10^{3n}}+...$, dove *n* è il numero delle cifre del periodo. Ed ecco che arriva un concetto che dovete accettare perché si tratta di qualcosa che studierete più avanti. Un'espressione come quella appena scritta si chiama **serie geometrica** e la sua somma è: $x=\frac{A}{10^n}+\frac{A}{10^{2n}}+\frac{A}{10^{3n}}+...=\frac{A}{10^n(1-\frac{1}{10^n})}=\frac{A}{10^n-1}=\frac{A}{99...9}$, infatti $10^2-1=99$, oppure $10^3-1=999$, o ancora $10^4-1=9999$. Ma il numero A non era altro che $A = a_1 ... a_n$ e allora si può scrivere che $x = 0,\overline{a_1 ... a_n} = \frac{A}{99...9} = \frac{a_1 ... a_n}{99...9}$, dove l'ultima frazione ha come numeratore le *n* cifre del periodo e come denominatore *n* 9, cioè tanti nove quante sono le cifre del periodo. Ecco dimostrata l'incomprensibile formula che recitate a memoria. Per ottenere un qualsiasi numero periodico basta moltiplicare per un'opportuna potenza di dieci e sommare la parte intera e l'antiperiodo. Per esempio:

$$12,2\overline{34} = \frac{122,\overline{34}}{10} = \frac{122}{10} + \frac{0,\overline{34}}{10} = \frac{122}{10} + \frac{1}{10} \times 0,\overline{34} = \frac{122}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{34}{99} = \frac{122}{10} + \frac{34}{990} = \frac{122 \times (100-1) + 34}{990} =$$

$$= \frac{12200 - 122 + 34}{990} = \frac{12234 - 122}{990}$$

Cioè la regola.



Vi ricordate che: $0,\overline{9} = 1$? Ebbene anche questo risultato si può dimostrare usando le equazioni, infatti:

$$x = 0,\overline{9}$$

$$10x = 9,\overline{9}$$

$$10x - x = 9,\overline{9} - 0,\overline{9}$$

$$9x = 9$$

$$x = 1$$

Allora, che ne dite? Ora potete studiare più serenamente la famosa regola. Dieci e lode a chi ripeterà in classe la dimostrazione.

Da dove ho copiato la dimostrazione:
http://it.wikipedia.org/wiki/Numero_decimale_periodico

Ciao, Manuela (manuela_casasoli@yahoo.it)