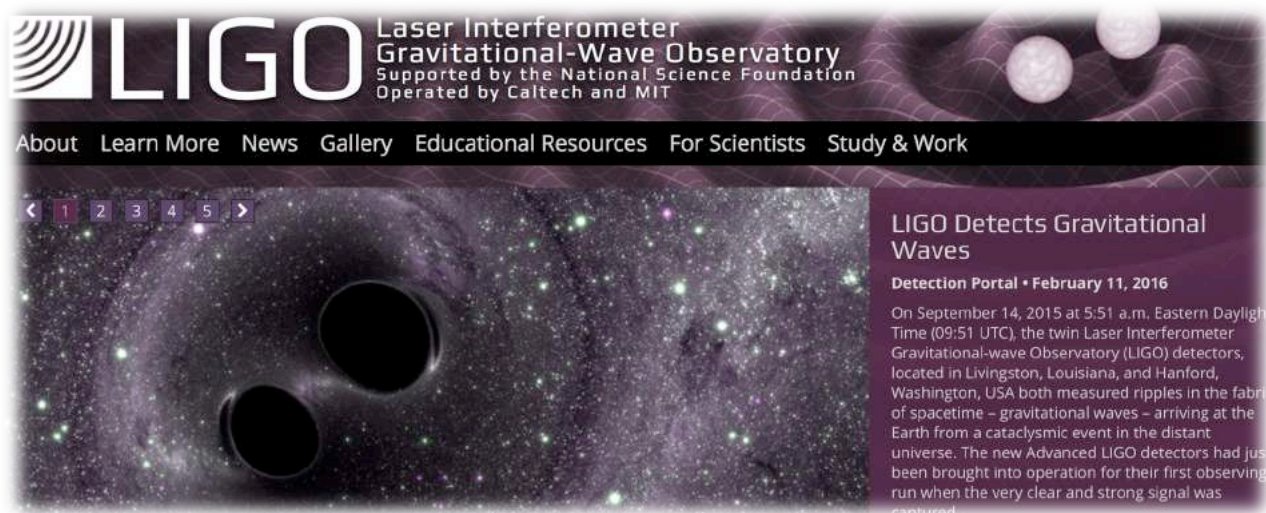


Anche noi possiamo calcolare il raggio di Schwarzschild!



Il 14 settembre 2015 per la prima volta l'interferometro LIGO (**Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory**) ha rilevato onde gravitazionali prodotte dalla collisione di due buchi neri. (<https://www.ligo.caltech.edu/#>)

Cari ragazzi questo approfondimento è dedicato a **Nicolò Mosca** perché comincia ad avere le idee chiare sul suo futuro da fisico e da grande ci spiegherà lo spazio-tempo!!! Aspettando Nicolò, cerchiamo di capire cosa è successo lo scorso 14 settembre 2015. In questo approfondimento parleremo soprattutto di buchi neri e nel prossimo di onde gravitazionali. Infatti, la storica **rilevazione delle onde gravitazionali** annunciata nel febbraio del 2016 dagli scienziati di LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) è la **prima prova diretta dell'esistenza dei buchi neri**. So che l'argomento dei buchi neri suscita sempre molto fascino forse proprio perché ne sappiamo poco. Comunque, il 14 settembre 2015 alle 11:51 ora italiana l'interferometro LIGO negli Stati Uniti **misurava il passaggio di un'onda gravitazionale**. Questa increspatura dello spazio-tempo è stata provocata dalla collisione di due buchi neri, uno di  $29 M_{\odot}$  (il simbolo  $M_{\odot}$  significa una **massa solare**) e uno di  $36 M_{\odot}$ . Da questo immenso impatto si è formato un buco nero di  $62 M_{\odot}$  e le **tre masse solari mancanti si sono trasformate in energia irradiata e onde gravitazionali** secondo l'equazione di Einstein  $E = mc^2$ . Dall'analisi dell'onda gravitazionale rilevata si è potuto stimare che la collisione è **avvenuta 1,3 miliardi di anni fa**.

Sapete già che un buco nero si forma per il **collasso gravitazionale di una stella di grandi dimensioni**. Forse possiamo capire qualcosa in più di questo processo, anche noi piccoli delle "medie". Facciamo, quindi, un po' di calcoli alla nostra portata. Prima di cominciare dobbiamo sapere che un buco nero è in realtà definito come un oggetto le cui dimensioni sono inferiori al **proprio raggio di Schwarzschild**. Cioè, quando un corpo si contrare arrivando ad una dimensione che è minore del proprio raggio di Schwarzschild, la superficie individuata da tale raggio descrive l'**orizzonte degli eventi**, il **limite oltre il quale nulla può più sfuggire all'attrazione gravitazionale del buco nero stesso**. Questo raggio lo possiamo calcolare anche noi! Per farlo ci servono due concetti: quello di

**energia gravitazionale** e di **velocità di fuga**. Un corpo di massa  $m$ , che si trova ad una distanza  $r$  da un corpo di massa  $M$ , ha un'energia gravitazionale pari a  $E_G = \frac{GMm}{r}$ . Questa

corrisponde all'energia che il corpo di massa  $m$  dovrebbe avere per sfuggire all'attrazione gravitazionale del corpo di massa  $M$ . Tale energia può essere conferita accelerando il corpo di massa  $m$  fino a fargli acquisire una velocità detta **velocità di fuga**, cioè la minima velocità necessaria per sfuggire alla forza di attrazione gravitazionale del corpo di massa  $M$ . La velocità di fuga può essere calcolata **uguagliando l'energia cinetica del corpo di massa  $m$  con la sua energia gravitazionale**. L'energia cinetica ( $E_{cin}$ ) di un corpo è pari a

$E_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$ , dove  $m$  è la massa e  $v$  la sua velocità. La velocità di fuga si ricava, quindi,

dalla seguente uguaglianza:  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{r} \Rightarrow \frac{1}{2}v^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$ . Per esempio, la

velocità di fuga dalla Terra è di 11,2 km/s. Da osservare che questa velocità non dipende dalla massa del corpo  $m$ . D'altro canto possiamo utilizzare questa equazione per calcolare la distanza tra due masse date cui corrisponderebbe una **velocità di fuga pari alla massima velocità raggiungibile**, la **velocità della luce**,  $c$ . Ciò significa che **a distanze inferiori a tale valore limite**, il corpo di massa  $m$  **non avrebbe la possibilità di sfuggire** all'attrazione gravitazionale di  $M$ . Tale distanza è definita come **raggio di Schwarzschild**

e si ricava dalla seguente uguaglianza:  $\frac{1}{2}mc^2 = \frac{GMm}{r} \Rightarrow \frac{1}{2}c^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow r = \frac{2GM}{c^2} = r_s$ .

**RAGGIO DI SCHWARZSCHILD**

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$r_s$  si intende il Raggio di Schwarzschild  
 $G$  si intende la costante di Gravitazione Universale ( $6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$ )  
 $M$  si intende la Massa del corpo esaminato  
 $c^2$  si intende la velocità della luce al quadrato

Il raggio di Schwarzschild

(<http://image.slidesharecdn.com/buchineri2-140522023616-phpapp02/95/buchi-neri-3-638.jpg?cb=1400726273>)

Calcoliamo ora questo raggio in diversi casi sapendo che  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N x m}^2/\text{kg}^2$  e la velocità della luce è  $c = 300000000 \text{ m/s}$ . Se applichiamo questa formula considerando la **massa del Sole** ( $1,98855 \times 10^{30} \text{ kg}$ ) otteniamo che  $r_s = 2,947 \text{ km}$ . Se, invece, consideriamo la **massa della Terra** ( $5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$ ), il raggio di Schwarzschild è uguale a circa 9 mm. Quindi, la Terra dovrebbe contrarsi fino ad avere la sua massa concentrata in una sfera di raggio pari a 9 mm per diventare un buco nero! Invece, questo raggio è di circa 12 milioni di km nel caso del **buco nero al centro della Via Lattea**. Potete divertirvi a calcolare il vostro raggio di Schwarzschild. Il mio è di  $8,3 \times 10^{-29} \text{ km}$ , un 10 e lode a chi dice qual è la mia massa!

In una stella le **reazioni di fusione nucleare si oppongono al collasso gravitazionale**. Nel Sole, per esempio, avvengono circa  $10^{38}$  reazioni al secondo!!! Queste reazioni liberano un'energia termonucleare che in qualche modo bilancia la forza gravitazionale, esercitando una **pressione termica**, o di radiazione, diretta verso l'esterno e quindi opposta alla forza gravitazionale. Alla fine della "vita" di una stella, l'esaurimento del combustibile nucleare determina, però, il **collasso gravitazionale**, perché la pressione termica dovuta alla fusione non è più sufficiente a bilanciare la forza di gravità. Esiste un limite, calcolato da Subrahmanyan **Chandrasekhar**, secondo il quale una stella con una massa  $M < 1,44 M_{\odot}$  diventerà una **nana bianca**. Una stella, invece, con una massa tra  $1,44 M_{\odot} < M < 3 M_{\odot}$  collasserà in una **stella a neutroni** e solo stelle con  $M > 3 M_{\odot}$  formeranno **buchi neri**.

Ma, come ha fatto l'interferometro LIGO a captare un segnale di 1,3 miliardi di anni fa, proveniente dalla collisione di due buchi neri? Per i curiosi, ne parleremo nel prossimo approfondimento.

## Referenze

Colloquia (<http://www.fisgeo.unipg.it/~pacetti/pls16/colloquia.html>) "I BUCHI NERI", Gianluca Grignani. Dipartimento di Fisica e Geologia, Università degli Studi di Perugia.

*manuela\_casoli@yahoo.it*