

VERIFICA DI MATEMATICA - 17 gennaio 2017 classe 2^a D

Nome.....Cognome.....

ARITMETICA

1. Semplifica le seguenti espressioni con radici fattorizzando i radicandi oppure applicando le proprietà del prodotto e del quoziente di radici.

a) $\sqrt{45} =$

b) $2\sqrt{3} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} =$

c) $5\sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{10} \times \sqrt{2} + \sqrt{40} : \sqrt{2} =$

Soluzione

a) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

b) $2\sqrt{3} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} =$
 $= 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{15} = 2\sqrt{15}$

c) $5\sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{10} \times \sqrt{2} + \sqrt{40} : \sqrt{2} =$
 $= 5\sqrt{20} + \sqrt{20} + \sqrt{20} = 7\sqrt{20} = 7\sqrt{4 \times 5} = 7 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 14\sqrt{5}$

2. Completa e rispondi alle domande.

a) Il rapporto tra due numeri corrisponde all'operazione di **divisione**.

b) Il rapporto tra due grandezze **omogenee** è un numero **puro** cioè senza unità di misura.

c) Spiega qual è la differenza tra grandezze commensurabili e incommensurabili, anche con un esempio.

Soluzione

Due grandezze sono commensurabili se il loro rapporto è un numero razionale, mentre si dicono incommensurabili se il loro rapporto è un numero irrazionale, come nel caso della diagonale e del lato del quadrato.

d) Spiega il significato di grandezze non omogenee. Come si chiama la grandezza ottenuta facendo il rapporto tra due grandezze non omogenee? Fai un esempio di rapporto tra grandezze non omogenee.

Soluzione

Due grandezze non omogenee non hanno la stessa unità di misura, per esempio lo spazio e il tempo. Il rapporto tra due grandezze non omogenee origina una grandezza derivata, per esempio, facendo il rapporto tra lo spazio e il tempo si ottiene la velocità.

e) 1 : 5000, cosa significa? Si tratta di una scala di riduzione o di ingrandimento?

Soluzione

1 : 5000 è un rapporto di riduzione e significa che 1 cm sulla mappa ridotta corrisponde a 5000 cm nella realtà. Quindi, se due punti sulla mappa ridotta sono distanti 1 cm, nella realtà distano 5000 cm.

f) Un proporzione è l'**uguaglianza di due rapporti**. In ogni proporzione il prodotto dei **medi** è uguale al prodotto degli **estremi**.

3. Svolgi i seguenti esercizi sui rapporti.

a) Scrivi il rapporto tra $\frac{2}{3}$ e $\frac{8}{15}$. Dopo averlo calcolato, scrivi anche il rapporto inverso. Applicando la proprietà invariantiva scrivi un rapporto equivalente a quello inverso.

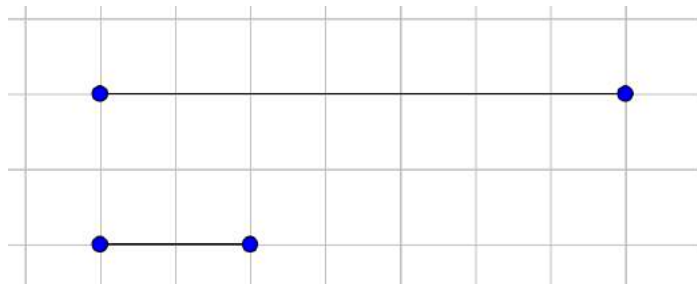
Soluzione

Il rapporto richiesto è $\frac{2}{3} : \frac{8}{15} = \frac{2}{3} \times \frac{15}{8} = \frac{5}{4}$. Il rapporto inverso è $\frac{4}{5}$. Un rapporto equivalente è $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$.

b) Disegna due segmenti tali che il loro rapporto sia uguale a $\frac{7}{2}$.

Soluzione

Due segmenti che soddisfano la relazione richiesta sono i seguenti:



c) In Umbria la popolazione è pari a 889405 abitanti e la sua superficie è di 8464,33 km². Nel Trentino Alto Adige la popolazione è pari a 1060140 e la sua superficie è pari a 13606,87 km² (i dati sono presi da Wikipedia). Calcola la densità di popolazione nelle due regioni (approssima all'unità) e scrivi un'osservazione relativa al risultato ottenuto.

Soluzione

La densità di popolazione in Umbria è $\frac{889405ab}{8464,33km^2} \approx 105$ ab/km². La densità di popolazione in Trentino

Alto Adige è $\frac{1060140ab}{13606,87km^2} \approx 78$ ab/km². Dal risultato si può evidenziare che in Trentino ci sono meno

abitanti per chilometro quadrato di quanti non ce ne siano in Umbria. La minore densità di popolazione potrebbe essere dovuta al territorio montuoso della regione Trentino.

4. Risolvi i due esercizi sulle scale di riduzione.

a) Calcola a quanto corrisponde nella realtà la distanza di 4 cm su una cartina geografica, sapendo che la scala di riduzione è di 1 : 1 000 000. Esprimi il risultato in km.

Soluzione

La distanza nella realtà sarà di $4 \times 1000000 = 4000000$ cm = 40 km.

b) A quanto corrisponde su una cartina geografica la distanza reale di 20 km, se la scala di riduzione è di 1 : 250 000?

Soluzione

Dato che $20 \text{ km} = 2000000 \text{ cm}$, la distanza sulla cartina geografica sarà di $2000000 : 250000 = 8 \text{ cm}$.

5. Data la seguente proporzione: $36:12=18:6$, indica quali sono i medi, quali gli estremi, quali gli antecedenti, quali i conseguenti, applica la proprietà fondamentale, quella dell'invertire, del permutare i medi e gli estremi, verificando ogni volta di ottenere una nuova proporzione.

Soluzione

I medi sono 12 e 18. Gli estremi sono 36 e 6. Gli antecedenti sono 36 e 18. I conseguenti sono 12 e 6. Applicando la proprietà fondamentale si ha che $36 \times 6 = 12 \times 18 = 216$.

Proprietà dell'invertire: $36:12=18:6 \Rightarrow 12:36=6:18$, infatti $12 \times 18 = 36 \times 6 = 216$.

Proprietà del permutare i medi: $36:12=18:6 \Rightarrow 36:18=12:6$, infatti $36 \times 6 = 18 \times 12 = 216$.

Proprietà del permutare gli estremi: $36:12=18:6 \Rightarrow 6:12=18:36$, infatti $6 \times 36 = 12 \times 18 = 216$.

6. In un cinema hanno assistito alle due proiezioni, pomeridiana e serale, rispettivamente 160 e 198 spettatori. I biglietti di platea venduti per i due spettacoli sono stati rispettivamente $\frac{5}{3}$ e $\frac{7}{4}$ di quelli di galleria. Calcola il totale dei biglietti di galleria venduti nelle due proiezioni.

Soluzione

I biglietti di galleria della proiezione pomeridiana sono $160 : 8 \times 3 = 60$ e quelli della proiezione serale sono $198 : 11 \times 4 = 72$. In totale sono stati venduti $60 + 72 = 132$ biglietti di galleria.

GEOMETRIA

7. Completa e rispondi alle domande.

a) Disegna un rombo e scrivi le due formule che conosci per calcolare la sua area.

Soluzione

L'area del rombo si calcola $A = \frac{D \times d}{2} = l \times h$

b) Disegna un trapezio scaleno, scrivi la formula per calcolare l'area e le due formule inverse.

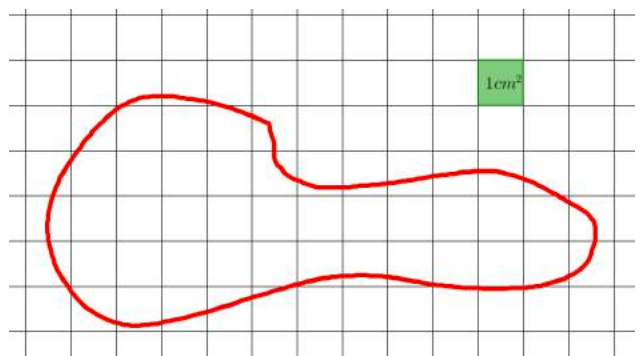
Soluzione

L'area del trapezio si calcola $A = \frac{(B+b) \times h}{2}$. Le

formule inverse sono $B+b = \frac{2 \times A}{h}$ e $h = \frac{2 \times A}{B+b}$.

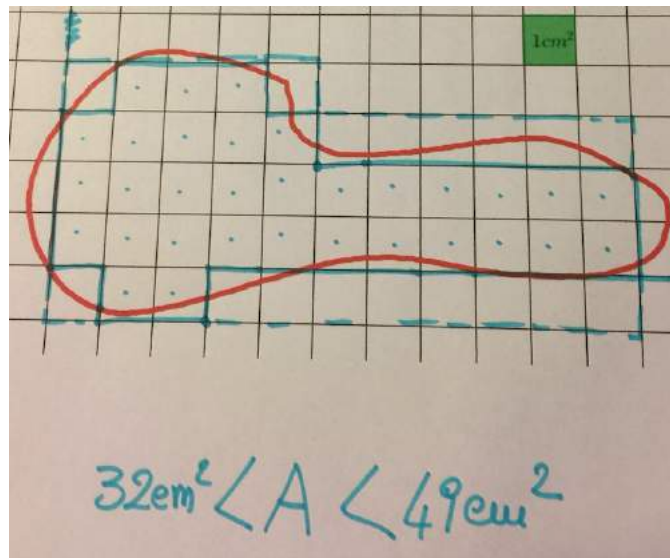
c) In un quadrato la diagonale è uguale a $d = l \times \sqrt{2}$.

d) Calcola l'area approssimativa della figura irregolare a fianco.



Soluzione

Ogni valore compreso tra i seguenti è corretto:



8. Un rettangolo e un quadrato sono equivalenti. Il perimetro del quadrato è 180 cm e l'altezza del rettangolo è 81 cm. Calcola il perimetro del rettangolo.

Soluzione

Il lato del quadrato è lungo $180 : 4 = 45$ cm. L'area del quadrato e quindi anche quella del rettangolo è di $A = 45^2 = 2025$ cm². La base del rettangolo è quindi lunga $b = A/h = 2025 : 81 = 25$ cm. Il perimetro del rettangolo è quindi lungo $(25 + 81) \times 2 = 212$ cm.

9. In un triangolo rettangolo un cateto è congruente a $\frac{9}{5}$ dell'altro e la loro somma misura 33,6 cm. Sapendo che l'altezza relativa all'ipotenusa misura 10,49 cm, calcola l'area del triangolo e il suo perimetro.

Soluzione

Il cateto maggiore del triangolo è lungo $33,6 : 14 \times 9 = 21,6$ cm. Il cateto minore è lungo $33,6 : 14 \times 5 = 12$ cm. L'area del triangolo è uguale a $(21,6 \times 12) : 2 = 129,6$ cm². L'ipotenusa è lunga

$$i = \frac{A \times 2}{h_i} = \frac{129,6 \times 2}{10,49} = 24,71 \text{ cm. Il perimetro del triangolo è di } 12 + 21,6 + 24,71 = 58,31 \text{ cm.}$$

10. Un rombo ha l'area di 350 cm² e le diagonali sono una $\frac{4}{7}$ dell'altra. Calcola la misura della lunghezza delle due diagonali.

Soluzione

Dividendo il doppio dell'area per $4 \times 7 = 28$, si ottiene l'unità frazionaria superficiale, $700 : 28 = 25$ cm². L'unità frazionaria lineare è quindi $\sqrt{25} = 5$ cm. La diagonale minore è lunga $5 \times 4 = 20$ cm, quella maggiore $5 \times 7 = 35$ cm.

11. L'area di un trapezio è 270 cm^2 , l'altezza è di 15 cm . Calcola la misura delle due basi, sapendo che una è doppia dell'altra.

Soluzione

La somma delle due basi è $B + b = \frac{2 \times A}{h} = \frac{2 \times 270}{15} = 36 \text{ cm}$. La base minore è quindi lunga $36 : 3 = 12 \text{ cm}$ e la maggiore $12 \times 2 = 24 \text{ cm}$.

12. La diagonale di un quadrato è $\sqrt{98} \text{ cm}$. Calcola la misura del lato del quadrato, senza usare la calcolatrice e mostrando il procedimento seguito.

Soluzione

Dato che $d = l \times \sqrt{2} = \sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = 7\sqrt{2} \text{ cm}$, il lato è lungo 7 cm .