VERIFICA DI MATEMATICA - 16 gennaio 2017 classe 3ª D

Nome...Cognome..

ALGEBRA

1. Svolgi le seguenti operazioni tra monomi e polinomi.

a) $\left(-\frac{5}{3}ab^3c^2\right)^2=$ b) $\left(-21x^3y^2z\right):\left(3x^2y^2z^2\right)=$ c) $\left(5y^2-3xy+x^2\right)-\left(7y^2-9xy+x^2\right)=$

Soluzione

a) $\left(-\frac{5}{3}ab^3c^2\right)^2=+\frac{25}{9}a^2b^6c^4$

b) $\left(-21x^3y^2z\right):\left(3x^2y^2z^2\right)=-7xz^{-1}=-\frac{7x}{z}$

c) $\left(5y^2-3xy+x^2\right)-\left(7y^2-9xy+x^2\right)=5y^2-3xy+x^2-7y^2+9xy-x^2=-2y^2+6xy$

2. Semplifica le espressioni con polinomi, riducendo i termini simili se presenti.

a) $\left(\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}\right)\times\left(a+2x\right)=$ b) $\left(-3x^2+12x\right):\left(-3x\right)\times 3\left(x-5\right)=$

Soluzione

a) $\left(\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}\right)\times\left(a+2x\right)=\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{2}ax-\frac{1}{2}ax-x^2-\frac{3}{4}a-\frac{3}{2}x=\frac{1}{4}a^2-\frac{3}{4}a-x^2-\frac{3}{2}x$

b) $\left(-3x^2+12x\right):\left(-3x\right)\times 3\left(x-5\right)=\left(+x-4\right)\times\left(3x-15\right)=3x^2-15x-12x+60=3x^2-27x+60$

3. Esegui i calcoli indicati e riduci i termini simili.

$$\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{3}x^2y+5xy^2\right):\left(-\frac{1}{3}x\right)+\left(\frac{2}{5}xy^2-\frac{2}{15}y^3+\frac{4}{5}x^2y\right):\left(-\frac{2}{5}y\right)=$$

Soluzione

$$\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{3}x^2y+5xy^2\right):\left(-\frac{1}{3}x\right)+\left(\frac{2}{5}xy^2-\frac{2}{15}y^3+\frac{4}{5}x^2y\right):\left(-\frac{2}{5}y\right)=$$

$$=-2x^2+xy-15y^2-xy+\frac{1}{3}y^2-2x^2=$$

$$=-4x^2-\frac{44}{3}y^2$$

4. Risolvi i seguenti prodotti notevoli.

a) $\left(2a-b\right)\left(2a+b\right)=$ b) $\left(3x+4y\right)^2=$ c) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)=$ d) $\left(-\frac{1}{3}a+\frac{3}{2}b^2\right)^2=$

Soluzione

a) $\left(2a-b\right)\left(2a+b\right)=4a^2-b^2$

b) $\left(3x+4y\right)^2=9x^2+24xy+16y^2$

c) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)=\frac{1}{4}x^2-\frac{4}{9}y^2$

d) $\left(-\frac{1}{3}a+\frac{3}{2}b^2\right)^2=+\frac{1}{9}a^2-ab^2+\frac{9}{4}b^4$

5. Risolvi la seguente espressione.

$$\left[\frac{16}{9}a^2-\left(\frac{2}{3}b-\frac{4}{3}a\right)^2\right]:\frac{8}{3}b+\frac{1}{3}\left(a+\frac{1}{2}b\right)=$$

Soluzione

$$\left[\frac{16}{9}a^2-\left(\frac{2}{3}b-\frac{4}{3}a\right)^2\right]:\frac{8}{3}b+\frac{1}{3}\left(a+\frac{1}{2}b\right)=$$

$$=\left[\frac{16}{9}a^2-\frac{4}{9}b^2+\frac{16}{9}ab-\frac{16}{9}a^2\right]:\frac{8}{3}b+\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b=$$

$$=-\frac{1}{6}b+\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}a+\frac{1}{6}b=a$$

6. Risolvi il seguente quesito Invalsi spiegando il procedimento seguito anche con degli esempi.

Sulla seguente retta dei numeri sono ordinate due potenze di un numero razionale *n*.

Indica con una crocetta se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	Il valore di *n* può essere $+\frac{1}{2}$		
b.	Il valore di *n* può essere $-\frac{1}{2}$		
c.	Il valore di *n* può essere $+\frac{3}{2}$		
d.	Il valore di *n* può essere $-\frac{3}{2}$		

Soluzione

a) È vero perché un numero minore di 1 alla terza è più piccolo dello stesso numero alla seconda. Infatti in questo caso sarebbe 1/8 < 1/4.

b) È vero perché il quadrato di un numero negativo è sempre positivo mentre il suo cubo è sempre negativo. Un numero negativo è sempre minore di uno positivo. In questa caso -1/8 < 1/4.

c) È falso perché il cubo di un numero maggiore di 1 è sempre maggiore del suo quadrato. In questo caso 27/8 > 9/4.

d) È vero perché il quadrato di un numero negativo è sempre positivo mentre il suo cubo è sempre negativo. In questo caso -27/8 < 9/4.

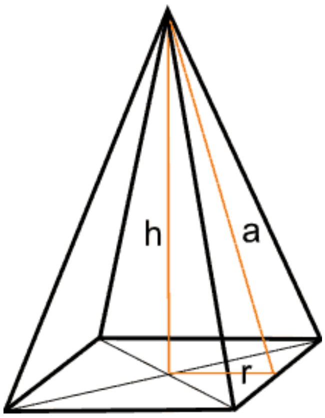
GEOMETRIA

7. Rispondi e disegna.

a) Disegna una piramide a base quadrata. Disegna l'altezza e l'apotema, indicandoli con *h* e *a*. Spiega cosa significa piramide retta.

Soluzione

Una piramide è retta se il poligono di base è circoscrivibile a una circonferenza e il piede dell'altezza coincide con il centro della circonferenza.



b) Scrivi la formula per calcolare l'area laterale della piramide.

Soluzione

$$A_L = \frac{2p_{base} \times a}{2}$$

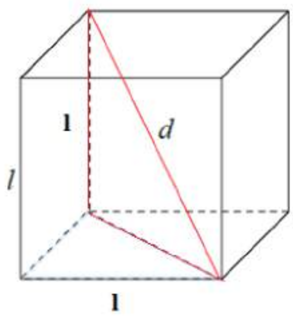
c) Disegna un cubo e la sua diagonale e scrivi le formule per calcolare l'area laterale, l'area totale e la diagonale.

Soluzione

$A_L = 4l^2$

$A_T = 6l^2$

$d = l\sqrt{3}$



d) Scrivi il nome dei cinque poliedri platonici e per ognuno il numero delle facce e il tipo di poligono che forma la faccia.

Soluzione

Tetraedro: 4 facce ognuna delle quali è un triangolo equilatero.

Esaedro (cubo): 6 facce ognuna delle quali è un quadrato.

Ottaedro: 8 facce ognuna delle quali è un triangolo equilatero.

Dodecaedro: 12 facce ognuna delle quali è un pentagono regolare.

Icosaedro: 20 facce ognuna delle quali è un triangolo equilatero.

8. Calcola l'area della superficie totale e la lunghezza della diagonale di un cubo avente il perimetro di una faccia di 112 cm.

Soluzione

Lo spigolo del cubo è lungo 112 : 4 = 28 cm. Quindi, $A_T = 6l^2 = 6 \times 28^2 = 4704$ cm^2. La misura della diagonale è $d = l\sqrt{3} = 28\sqrt{3} \approx 48,5$ cm.

9. In una piramide regolare quadrangolare lo spigolo di base e l'apotema misurano rispettivamente 16 cm e 10 cm. Calcola l'area della superficie laterale e totale della piramide.

Soluzione

Il perimetro di base è lungo 16 x 4 = 64 cm. L'area di base è 16^2 = 256 cm^2. L'area laterale della piramide è $A_L = \frac{2p_{base} \times a}{2} = \frac{64 \times 10}{2} = 320$ cm^2. L'area totale della piramide è 320 + 256 = 576 cm^2.

10. Un rombo, le cui diagonali misurano 24 cm e 18 cm, è la base di una piramide retta avente l'apotema che misura 32,8 cm. Calcola la misura dell'altezza e l'area della superficie totale della piramide.

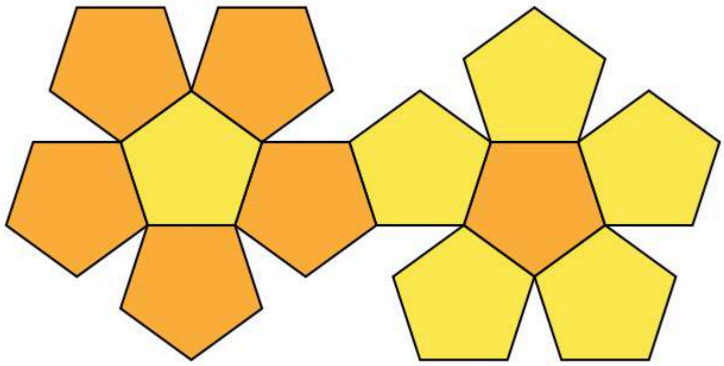
Soluzione

Il lato del rombo di base è $\sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ cm. L'apotema del rombo di base corrisponde all'altezza relativa all'ipotenusa di ognuno dei quattro triangoli rettangoli in cui è diviso il rombo dalle due diagonali, cioè $a_{base} = \frac{12 \times 9}{15} = 7,2$ cm. Il perimetro di base è 15 x 4 = 60 cm. L'area del rombo e quindi della base della piramide è $A_{base} = \frac{24 \times 18}{2} = 216$ cm^2. L'altezza della piramide è $h_{piramide} = \sqrt{32,8^2 - 7,2^2} = 32$ cm. L'area laterale della piramide è $A_L = \frac{60 \times 32,8}{2} = 984$ cm^2. L'area totale della piramide è dunque 984 + 216 =1200 cm^2.

11. La somma degli spigoli di un dodecaedro regolare misura 540 cm. Calcola l'area della superficie del solido ($n = 0{,}688 \quad \varphi = 1{,}72$).

Soluzione

Il dodecaedro ha 12 facce, ognuna delle quali è un pentagono regolare. Il numero dei vertici è 20 pensando al suo sviluppo sul piano si possono contare facilmente. Quindi, il numero degli spigoli si può ricavare dalla relazione di Eulero. $V + F = S + 2 \Rightarrow S = V + F - 2 = 20 + 12 - 2 = 30$. Oppure ancora più semplicemente si può pensare che ogni faccia ha cinque spigoli ognuno dei quali è in comune con un'altra faccia del dodecaedro. Di conseguenza il numero totale di spigoli del dodecaedro è (5 x 12) : 2 = 30. Se gli spigoli sono 30, allora uno spigolo è lungo 540 : 30 = 18 cm. L'area del solido è $A_{dodecaedro} = l^2 \times 1{,}72 \times 12 = 18^2 \times 1{,}72 \times 12 = 6687{,}36$ cm^2.



12. Quesito Invalsi. Marta confeziona il regalo per un'amica utilizzando una scatola a forma di cubo. Per abbellire la scatola Marta applica su tutte le facce degli adesivi quadrati tutti uguali, disponendoli come in figura.

Quanti adesivi in totale applica Marta sulla scatola?

Soluzione

Marta applicherà 3 x 6 = 18 adesivi.