VERIFICA DI MATEMATICA - 14 febbraio 2017 classe 2ª D

Nome..Cognome...

ARITMETICA

1. Rapporti, proporzioni e funzioni.

a) Una proporzione è l'uguaglianza di due rapporti.

b) Le scritture 1 : 100 e $\frac{1}{100}$ indicano la stessa scala di riduzione?

Soluzione

Sì, indicano la stessa scala di riduzione, 1 cm corrisponde a 100 cm della situazione reale.

c) In una cartina a una distanza di 4 cm corrispondono 28000 cm nella realtà. Qual è la scala della cartina?

Soluzione

La scala di riduzione della cartina è 4 : 28000 = 1 : 7000.

d) Applica la proprietà fondamentale alla seguente proporzione: $72:9=48:6$

Soluzione

$72:9=48:6 \Rightarrow 72\times 6=9\times 48=432$

e) Spiega come si legge e cosa significa $y=f(x)$. x è la variabile indipendente, y è quella dipendente.

Soluzione

L'espressione si legge "*y* uguale a *f* di *x*" e indica una relazione matematica tra due variabili, che variano l'una in funzione dell'altra.

2. Applica le proprietà del comporre e dello scomporre alle seguenti proporzioni, verificando che la nuova uguaglianza ottenuta sia anch'essa una proporzione.

a) $15:9=30:18$

Soluzione

Proprietà del comporre:

$15:9=30:18\Rightarrow$

$\Rightarrow(15+9):9=(30+18):18\Rightarrow$

$\Rightarrow 24:9=48:18\Rightarrow$

$\Rightarrow 24\times 18=9\times 48=432$

Proprietà dello scomporre:

$15:9=30:18\Rightarrow$

$\Rightarrow(15-9):9=(30-18):18\Rightarrow$

$\Rightarrow 6:9=12:18\Rightarrow$

$\Rightarrow 6\times 18=9\times 12=108$

b) $\frac{5}{6}:\frac{2}{3}=\frac{3}{10}:\frac{6}{25}$

Soluzione

Proprietà del comporre:

$$\frac{5}{6}:\frac{2}{3}=\frac{3}{10}:\frac{6}{25}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right):\frac{2}{3}=\left(\frac{3}{10}+\frac{6}{25}\right):\frac{6}{25}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{9}{6}:\frac{2}{3}=\frac{27}{50}:\frac{6}{25}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{9}{6}\times\frac{6}{25}=\frac{2}{3}\times\frac{27}{50}\Rightarrow\frac{9}{25}$$

Proprietà dello scomporre:

$$\frac{5}{6}:\frac{2}{3}=\frac{3}{10}:\frac{6}{25}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right):\frac{2}{3}=\left(\frac{3}{10}-\frac{6}{25}\right):\frac{6}{25}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{1}{6}:\frac{2}{3}=\frac{3}{50}:\frac{6}{25}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{1}{6}\times\frac{6}{25}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{50}=\frac{1}{25}$$

3. Calcola il valore del termine incognito nelle seguenti proporzioni:

a) $70:15=x:3$

Soluzione

$$70:15=x:3\Rightarrow x=\frac{70\times 3}{15}=14$$

b) $\frac{15}{28}:\frac{3}{7}=\frac{6}{4}:x$

Soluzione

$$\frac{15}{28}:\frac{3}{7}=\frac{6}{4}:x\Rightarrow x=\frac{3}{7}\times\frac{6}{4}\times\frac{28}{15}=\frac{6}{5}$$

c) $\frac{5}{16}:x=x:5$

Soluzione

$$\frac{5}{16}:x=x:5\Rightarrow x=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{5}{4}$$

d) $\left(3-\frac{21}{28}-\frac{3}{6}\right)^2:\left(\frac{4}{6}-\frac{1}{2}\right)^2=x:\frac{1}{36}$, suggerimento: prima semplifica!

Soluzione

$$\left(3-\frac{21}{28}-\frac{3}{6}\right)^2:\left(\frac{4}{6}-\frac{1}{2}\right)^2=x:\frac{1}{36}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(3-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)^2:\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)^2=x:\frac{1}{36}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\frac{7}{4}\right)^2:\left(\frac{1}{6}\right)^2=x:\frac{1}{36}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{49}{16}:\frac{1}{36}=x:\frac{1}{36}\Rightarrow x=\frac{49}{16}$$

e) $x:32=2:x$

Soluzione

$$x:32=2:x\Rightarrow x=\sqrt{64}=8$$

4. Risolvi le seguenti proporzioni applicando le proprietà studiate.

a) $(6+x):x=16:4$

Soluzione

$$(6+x):x=16:4\Rightarrow$$
$$\Rightarrow(6+x-x):x=(16-4):4\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6:x=12:4\Rightarrow x=\frac{6\times 4}{12}=2$$

b) $y:x=15:11$ con $y-x=12$

Soluzione

$$y:x=15:11\Rightarrow(y-x):x=(15-11):11\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 12:x=4:11\Rightarrow x=\frac{12\times 11}{4}=33\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=33+12=45$$

c) $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=x:y$ con $x+y=\frac{66}{75}$

Soluzione

$$\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=x:y\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\right):\frac{4}{5}=\frac{66}{75}:y\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{22}{15}:\frac{4}{5}=\frac{66}{75}:y\Rightarrow y=\frac{4}{5}\times\frac{66}{75}\times\frac{15}{22}=\frac{12}{25}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{66}{75}-\frac{12}{25}=\frac{66-36}{75}=\frac{30}{75}=\frac{2}{5}$$

5. Risolvi la seguente catena di rapporti: $9:x=45:y=63:z$ con $x+y+z=65$

Soluzione

$9:x=45:y=63:z \Rightarrow$

$\Rightarrow (9+45+63):65=9:x \Rightarrow$

$\Rightarrow 117:65=9:x \Rightarrow x=\dfrac{65\times 9}{117}=5$

Con lo stesso procedimento si ottiene che $y=25$ e $z=35$.

6. Calcola il valore del seguente rapporto: $\left(\sqrt{98}-\sqrt{32}\right):\dfrac{\left(\sqrt{8}:2\right)^2}{2\sqrt{2}}=$

Soluzione

$\left(\sqrt{98}-\sqrt{32}\right):\dfrac{\left(\sqrt{8}:2\right)^2}{2\sqrt{2}}=\left(7\sqrt{2}-4\sqrt{2}\right):\dfrac{2}{2\sqrt{2}}=$

$=3\sqrt{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=3\times 2=6$

GEOMETRIA

7. Teorema di Pitagora e sue applicazioni.

a) Disegna un triangolo rettangolo, indica il cateto maggiore, quello minore e l'ipotenusa. Scrivi le formule per calcolare i cateti e l'ipotenusa applicando il teorema di Pitagora.

Soluzione

Le formule richieste sono:

$i=\sqrt{c^2+C^2}$

$c=\sqrt{i^2-C^2}$

$C=\sqrt{i^2-c^2}$

b) Disegna un quadrato e la sua diagonale. Dimostra che $d=l\sqrt{2}$.

Soluzione

Applicando il teorema di Pitagora ad un quadrato si ha che:

$d=\sqrt{l^2+l^2}=\sqrt{2l^2}=l\sqrt{2}$.

c) In un triangolo equilatero $h=\dfrac{l\times\sqrt{\ldots}}{\ldots}$. Scrivi anche la formula inversa per calcolare *l*, conoscendo *h*.

Soluzione

$h=\dfrac{l\times\sqrt{3}}{2}$

La formula inversa è $l=\dfrac{h\times 2}{\sqrt{3}}$

d) Disegna un rombo, le sue diagonali e spiega come è possibile applicare il teorema di Pitagora.

Soluzione

Le diagonali del rombo lo dividono in quattro triangoli rettangoli dove $l=\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2+\left(\frac{D}{2}\right)^2}$.

e) I numeri 25, 24 e 7 sono una terna pitagorica. Cosa significa? Dimostralo. Ricava un'altra terna pitagorica a partire da quella data.

Soluzione

Significa che verificano il teorema di Pitagora, cioè $25^2=24^2+7^2=625$. Un'altra terna Pitagorica può essere ottenuta a partire da quella data moltiplicando tutti i termini per uno stesso numero naturale. Per esempio: 25 x 2 = 50, 24 x 2 = 48 e 7 x 2 = 14, infatti $50^2=48^2+14^2=2500$.

8. In un triangolo rettangolo i due cateti misurano rispettivamente 10 e 24 cm. Calcola l'area, il perimetro del triangolo e la lunghezza dell'altezza relativa all'ipotenusa.

Soluzione

L'ipotenusa del triangolo rettangolo è $i=\sqrt{24^2+10^2}=26$ cm. Il perimetro del triangolo è 10 + 24 + 26 = 60 cm. L'area del triangolo è $A=\frac{10\times 24}{2}=120$ cm^2. L'altezza relativa all'ipotenusa è $h=\frac{c\times C}{i}=\frac{10\times 24}{26}\simeq 9,23$ cm.

9. Un rettangolo ha la base lunga 16 cm ed è equivalente ad un quadrato il cui lato è lungo 32 cm. Calcola la lunghezza della diagonale del rettangolo.

Soluzione

L'area del quadrato e del rettangolo è $A=32^2=1024$ cm^2. L'altezza del rettangolo è lunga 1024 : 16 = 64 cm. La diagonale del rettangolo è lunga $d=\sqrt{16^2+64^2}\simeq 65,97$ cm.

10. Il perimetro di un triangolo equilatero è 48 cm. Calcola l'area del triangolo.

Soluzione

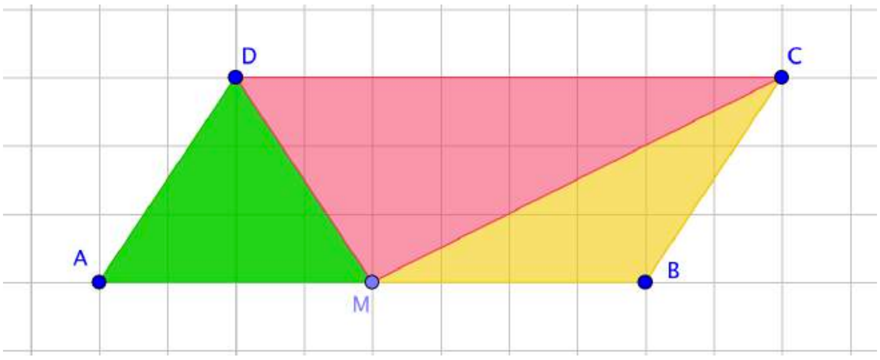
Il lato del triangolo equilatero è 48 : 3 = 16 cm. L'altezza del triangolo equilatero è $h=\frac{16\times\sqrt{3}}{2}\simeq 13,9$ cm. L'area del triangolo è quindi $A=\frac{16\times 13,9}{2}=111,2$ cm^2.

11. L'area di un rombo è 2400 cm^2 e la diagonale minore è $\frac{3}{4}$ della maggiore. Calcola la lunghezza della diagonale di un quadrato che ha il lato congruente a quello del rombo.

Soluzione

L'unità frazionaria superficiale è (2400 x 2) : 12 = 400 cm^2. Estraendo la radice quadrata si ottiene l'unità frazionaria lineare che è pari a 20 cm. La diagonale maggiore è quindi lunga 20 x 4 = 80 cm e quella minore è lunga 20 x 3 = 60 cm. Il lato del rombo è lungo $\sqrt{30^2+40^2}=50$ cm. La diagonale del quadrato è lunga $d=50\sqrt{2}\simeq 70{,}71$ cm.

12. Dimostra che il triangolo verde è equivalente a quello giallo sapendo che *M* è il punto medio della dimensione *AB* del parallelogramma *ABCD*. Che relazione esiste tra l'area del triangolo rosa e quello dei triangoli verde e giallo?



Soluzione

Disegnando le altezze si può osservare che DH=CQ e che AM=MB, quindi i due triangoli avendo la stessa base e la stessa altezza avranno anche la stessa area. L'area del triangolo rosa è uguale alla somma dell'area del triangolo verde più quella del triangolo giallo.