VERIFICA DI MATEMATICA - 13 febbraio 2017 classe 3ª D

Nome...Cognome..

ALGEBRA

1. Identità ed equazioni.

   a) Scrivi due equazioni equivalenti a quella data applicando il primo e il secondo principio di equivalenza: $5x+3=8$.

   Soluzione

   a) $5x+3=8 \Rightarrow 5x+3-3=8-3 \Rightarrow 5x=5$ per il primo principio di equivalenza.

   b) $5x+3=8 \Rightarrow 10x+6=16$ per il secondo principio di equivalenza.

   b) Per ciascuna delle seguenti uguaglianze indica se si tratta di un'equazione (E) o di un'identità (I):

$3x-1=2(x-1)$	I	E
$1-x+3x=2x+1$	I	E
$3x=3$	I	E

   c) Il doppio di un numero aumentato di 7 è uguale al numero stesso diminuito di 3. Traduci la frase in equazione e risolvila.

   Soluzione

   Indicando con n il numero, si ottiene la seguente equazione: $2n+7=n-3 \Rightarrow 2n-n=-7-3 \Rightarrow n=-10$

   d) Pensa un numero, moltiplicalo per 2, aggiungi 10, dividi il numero ottenuto per 2 e sottrai il numero che hai pensato. Scrivi la sequenza delle operazioni e spiega perché viene sempre 5.

   Soluzione

   Si ottiene sempre 5 perché si tratta di un'identità. Infatti, indicando con n il numero pensato si ha che $(2n+10):2-n=5$ sempre. Infatti, $(2n+10):2-n=5 \Rightarrow n+5-n=5 \Rightarrow 5=5$.

2. Risolvi i seguenti prodotti notevoli:

   a) $(3x-2y)(3x+2y)=$ b) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{4}{3}b\right)^2=$ c) $(2x-3)^3=$

   Soluzione

   a) $(3x-2y)(3x+2y)=9x^2-4y^2$

   b) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{4}{3}b\right)^2=\frac{1}{4}a^2-\frac{4}{3}ab+\frac{16}{9}b^2$

   c) $(2x-3)^3=8x^3-36x^2+54x-27$

3. Risolvi le seguenti equazioni ed esegui la verifica del risultato:

   a) $10x+8-4x=17-3x$

Soluzione

a) $10x+8-4x=17-3x \Rightarrow 9x=9 \Rightarrow x=1$, la verifica è:

$10x+8-4x=17-3x \Rightarrow 10+8-4=17-3 \Rightarrow 14=14$

b) $3(x+1)-6(x-1)+2(2x-3)-8=0$

Soluzione

b) $$\begin{aligned}&3(x+1)-6(x-1)+2(2x-3)-8=0 \Rightarrow\\&\Rightarrow 3x+3-6x+6+4x-6-8=0 \Rightarrow x=5\end{aligned}$$

la verifica è $$\begin{aligned}&3(x+1)-6(x-1)+2(2x-3)-8=0 \Rightarrow\\&\Rightarrow 18-24+14-8=0 \Rightarrow 0=0\end{aligned}$$

4. Risolvi le seguenti equazioni:

a) $\frac{5x+1}{12}-\frac{13}{4}=\frac{x+1}{3}+\frac{6x+1}{6}$

Soluzione

a) $$\begin{aligned}&\frac{5x+1}{12}-\frac{13}{4}=\frac{x+1}{3}+\frac{6x+1}{6} \Rightarrow\\&\Rightarrow 5x+1-39=4x+4+12x+2 \Rightarrow -11x=44 \Rightarrow x=-4\end{aligned}$$

b) $\frac{5x}{3}+3+3(2x-3)=\frac{3(4x-1)}{2}+3$

Soluzione

b) $$\begin{aligned}&\frac{5x}{3}+3+3(2x-3)=\frac{3(4x-1)}{2}+3 \Rightarrow\\&\Rightarrow 10x+18+36x-54=36x-9+18 \Rightarrow 10x=45 \Rightarrow x=\frac{45}{10}=\frac{9}{2}\end{aligned}$$

5. La somma di due numeri naturali consecutivi è 18. È possibile? Perché?

Soluzione

La somma di due numeri naturali consecutivi può essere indicata come $n + n + 1 = 2n + 1$, ora se scriviamo $2n + 1 = 18$ e risolviamo l'equazione ci rendiamo conto che $2n = 17$, ma non esiste nessun numero naturale che moltiplicato per 2 dia 17, cioè un numero dispari.

6. In una piramide quadrangolare il lato della base è lungo *a* e l'altezza è *a-10*. Scrivi l'espressione che permette di calcolare il volume della piramide in funzione di *a*.

Soluzione

Il volume della piramide in funzione di *a* è $V=\frac{A_b \times h}{3}=\frac{a^2\times(a-10)}{3}=\frac{a^3-10a^2}{3}$

GEOMETRIA

7. Formule.

   a) Disegna un cubo e scrivi la formula per calcolare il suo volume. Se il volume di un cubo è pari a 2197 cm^3, quanto è lungo il suo spigolo?

   Soluzione

   Il volume del cubo si calcola elevando alla terza la lunghezza dello spigolo, $V = l^3$. Dato il volume di un cubo, lo spigolo si calcola estraendo la radice cubica: $l = \sqrt[3]{2197} = 13$ cm.

   b) Disegna una piramide a base quadrata e scrivi la formula per calcolare il suo volume. Scrivi anche la formula inversa che ti permette di calcolare l'altezza.

   Soluzione

   $V = \frac{A_b \times h}{3}$ e $h = \frac{V \times 3}{A_b}$

8. L'area della superficie laterale di un cubo è 576 cm^2. Calcola il volume di un altro cubo avente lo spigolo doppio di quello del primo.

   Soluzione

   Lo spigolo del primo cubo è lungo $l = \sqrt{\frac{A_l}{4}} = \sqrt{\frac{576}{4}} = 12$ cm. Lo spigolo del secondo cubo è quindi lungo 24 cm e il suo volume è $V = l^3 = 24^3 = 13824$ cm^3.

9. Calcola l'area della superficie totale del cubo equivalente al parallelepipedo rettangolo che ha le dimensioni lunghe: 24 cm, 16 cm e 36 cm.

   Soluzione

   Il volume del parallelepipedo e quindi del cubo è $V = a \times b \times c = 24 \times 16 \times 36 = 13824$ cm^3. Lo spigolo del cubo è lungo $l = \sqrt[3]{13824} = 24$ cm e quindi l'area totale è $A_L = 6 \times l^2 = 6 \times 24^2 = 3456$ cm^2.

10. Un prisma retto ha per base un rombo nel quale il rapporto tra le diagonali è $\frac{8}{15}$ e la loro somma è lunga 92 cm. Sapendo che l'area laterale è 1360 cm^2, calcola il suo volume.

    Soluzione

    Le due diagonali di base sono lunghe rispettivamente $d = 92 : 23 \times 8 = 32$ cm e $D = 92 : 23 \times 15 = 60$ cm. Il lato del rombo è lungo $l_{rombo} = \sqrt{16^2 + 30^2} = 34$ cm. Il perimetro di base è quindi 34 x 4 = 136 cm.

L'altezza del prisma è quindi $h = A_L : 2p_{base} = 1360 : 136 = 10$ cm. L'area di base è $A_{rombo} = \dfrac{32 \times 60}{2} = 960 \text{ cm}^2$. Il volume del prisma è quindi $V = A_b \times h = 960 \times 10 = 9600 \text{ cm}^3$.

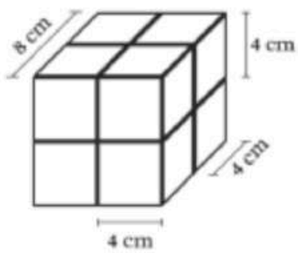
11. Una piramide retta ha per base un trapezio isoscele di area 624 cm^2 e con le basi che misurano 16 cm e 36 cm. Sapendo che l'apotema della piramide misura 37 cm, calcola la misura del raggio della circonferenza inscritta nella base; l'area della superficie totale; il volume della piramide.

Soluzione

L'altezza del trapezio di base è $h = \dfrac{2 \times 624}{16 + 26} = 24$ cm. Il lato obliquo del trapezio di base è $l_{ob} = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$ cm. Il perimetro di base è quindi lungo 36 + 16 + 26 + 26 = 104 cm. Il raggio della circonferenza inscritta nella base è $r = \dfrac{A \times 2}{2p} = \dfrac{624 \times 2}{104} = 12$ cm. L'altezza della piramide è $h = \sqrt{37^2 - 12^2} = 35$ cm. L'area laterale è $A_L = p \times a = 52 \times 37 = 1924 \text{ cm}^2$. L'area totale della piramide è $A_T = 1924 + 624 = 2548 \text{ cm}^2$. Il volume della piramide è $V = \dfrac{624 \times 35}{3} = 7280 \text{ cm}^3$.

12.

Un cubo avente il lato di 8 cm, e una superficie totale di 384 cm^2, viene suddiviso in 8 cubi più piccoli uguali tra loro, come in figura:



La superficie totale, data dalla somma delle superfici totali degli 8 cubi, misurerà:

A. ☐ 384 cm^2
B. ☐ 768 cm^2
C. ☐ 96 cm^2
D. ☐ 403,44 cm^2

Soluzione

La superficie totale richiesta è 4^2 x 6 x 8 = 768 cm^2.