VERIFICA DI MATEMATICA - 10 ottobre 2016 classe 3ª D

Nome...Cognome..

ARITMETICA/ALGEBRA

1. Insiemi numerici.

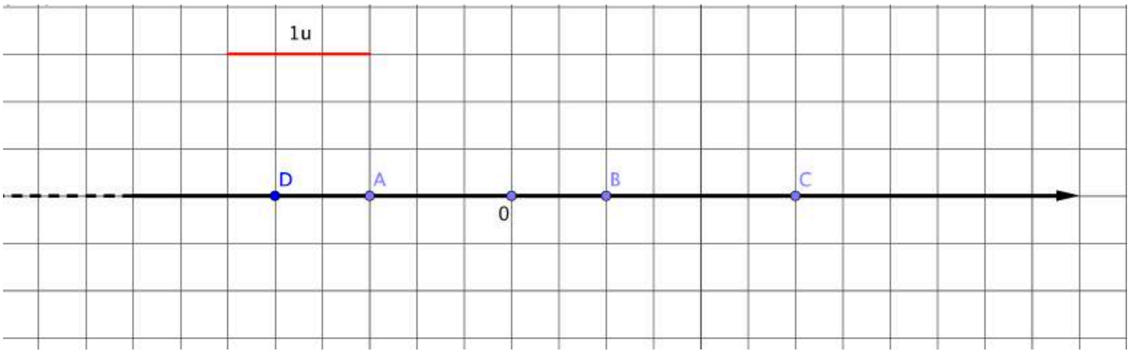
a) Al posto dei puntini inserisci il simbolo $\in$ (appartiene) o $\notin$ (non appartiene):

$$+\sqrt{36}\ldots\ldots\mathbb{N} \qquad -3{,}9\ldots\ldots\mathbb{Q} \qquad -4\ldots\ldots\mathbb{N} \qquad -\sqrt{7}\ldots\ldots\mathrm{I} \qquad -\frac{3}{4}\ldots\ldots\mathbb{Z} \qquad -3\ldots\ldots\mathbb{Z}$$

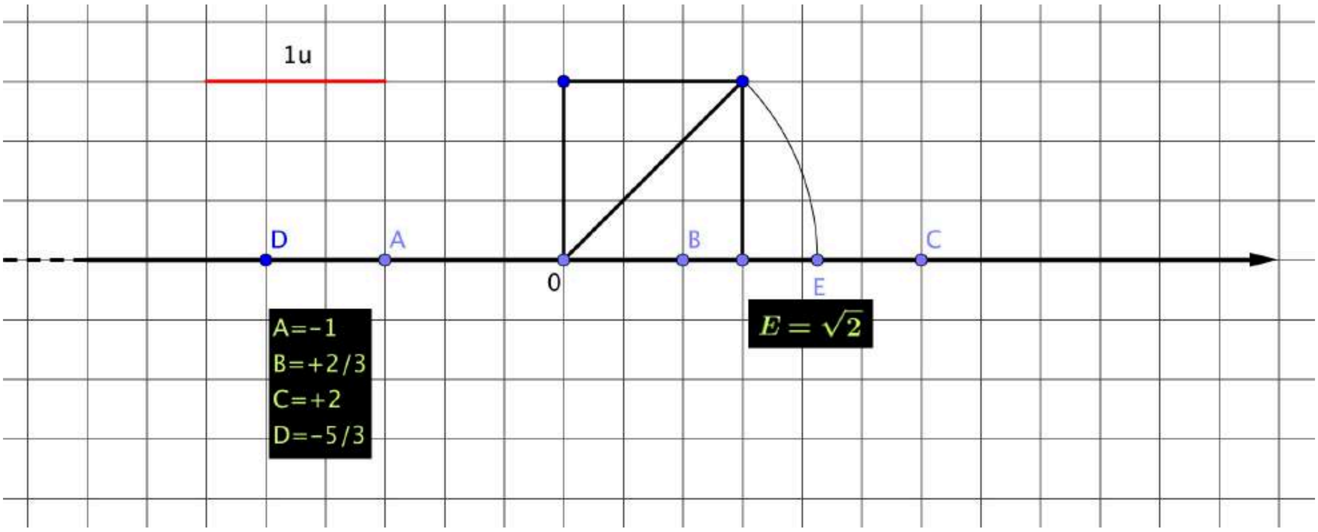
Soluzione

$$+\sqrt{36}\in\mathbb{N} \qquad -3{,}9\in\mathbb{Q} \qquad -4\notin\mathbb{N} \qquad -\sqrt{7}\in\mathrm{I} \qquad -\frac{3}{4}\notin\mathbb{Z} \qquad -3\in\mathbb{Z}$$

b) Scrivi il numero che corrisponde ad ogni lettera. Prova ad inserire il numero $\sqrt{2}$.



Soluzione



2. Rispondi alle domande e completa.

a) $|-5| = 5 \quad |+12| = 12$ Cosa indica questo simbolo?

Soluzione

Il simbolo indica il valore assoluto, cioè il numero considerato senza segno, quindi positivo.

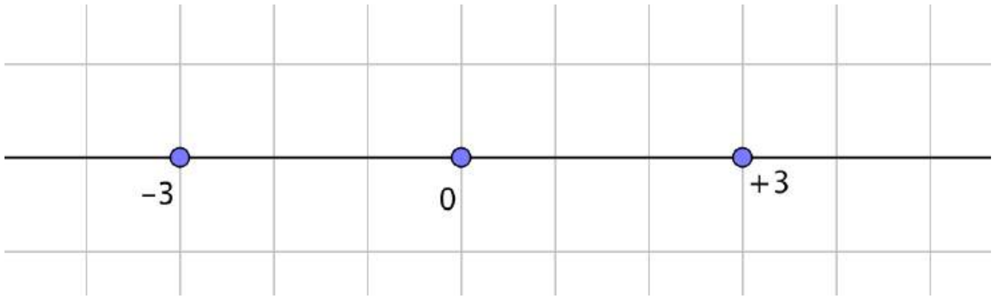
b) I numeri $+3$ e -7 sono discordi o concordi? Perché? Fai un esempio di due numeri concordi.

Soluzione

I numeri +3 e -7 sono discordi perché hanno segno opposto. Due numeri concordi sono, per esempio, +3 e +7.

c) Scrivi e rappresenta su una retta orientata due numeri opposti (o simmetrici).

Soluzione



3. Considera la tabella che indica gli incassi in euro di un'azienda dal 2002 al 2007:

Anno	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Incasso	1 200 000	1 400 000	1 600 000	2 000 000	1 500 000	1 800 000

Calcola i numeri indice prendendo l'anno 2004 come riferimento e indica la variazione percentuale negativa e positiva per ogni anno.

Soluzione

I numeri indice e le variazioni percentuali sono:

Anno	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Incasso	1200000	1400000	1600000	2000000	1500000	1800000
Indici	75	87,5	100	125	93,75	112,5
Variazione %	-25	-12,5	0	25	-6,25	12,5

4. Considerando il lancio di uno o due dadi calcola le probabilità richieste:

a) Lanciando un dado, qual è la probabilità che esca un numero dispari?

Soluzione

$$P(E)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

b) Lanciando un dado, qual è la probabilità che esca un numero maggiore di 4 o un numero pari?

Soluzione

$$P(E)=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

c) Lanciando due dadi qual è la probabilità che escano due "cinque"?

Soluzione

$$P(E)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$$

d) Lanciando due dadi qual è la probabilità che la somma dei punteggi ottenuti sia maggiore di 6?

Soluzione

$P(E) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

Infatti,

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

5. In un sacchetto sono contenute 3 palline verdi, 3 palline nere e 4 palline rosse. Estraendo due palline dal sacchetto, calcola la probabilità che siano tutte e due nere nel caso in cui: a) la prima estratta venga rimessa nel sacchetto; b) la prima estratta non venga rimessa nel sacchetto.

   Soluzione

   a) $P(E) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$

   b) $P(E) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$

6. In un esame il punteggio finale può essere un qualunque numero intero compreso tra 0 e 180 (estremi compresi). Per essere promossi bisogna ottenere almeno il 45 % del punteggio massimo. Qual è il punteggio massimo che può aver ottenuto un alunno bocciato? (*Test Medicina, 2011*)

   Soluzione

   Il 45 % del punteggio equivale a $\frac{180}{100} \times 45 = 81$. Quindi, il punteggio massimo che può aver ottenuto un alunno bocciato è 80.

GEOMETRIA

7. In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa misurano 24 cm e 32 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

   Soluzione

   Il problema può essere risolto applicando il primo teorema di Euclide. Infatti, la proiezione dell'altro cateto sull'ipotenusa è $32 : 24 = 24 : x \Rightarrow x = \frac{24^2}{32} = 18$ cm. L'ipotenusa è lunga 32 + 28 = 50 cm e i due cateti, ricordando la terne pitagoriche oppure applicando due volte il teorema di Pitagora, sono 30 e 40 cm. Il perimetro del triangolo è 30 + 40 + 50 = 120 cm e l'area $A = \frac{30 \times 40}{2} = 600 \text{ cm}^2$.

8. In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 7 m e la proiezione di un cateto sull'ipotenusa è di 2,52 m. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

Soluzione

Applicando il primo teorema di Euclide si ottiene un cateto del triangolo, infatti $7 : c_1 = c_1 : 2{,}52 \Rightarrow c_1 = \sqrt{7 \times 2{,}52} = 4{,}2 \text{ m}$. Applicando il teorema di Pitagora si ottiene l'altro cateto $c_2 = \sqrt{7^2 - 4{,}2^2} = 5{,}6 \text{ m}$. Il perimetro è quindi 4,2 + 5,6 + 7 = 16,8 m e l'area è $A = \frac{5{,}6 \times 4{,}2}{2} = 11{,}76$ m^2.

9. Calcola la misura della lunghezza di una circonferenza il cui raggio misura 13 cm. Calcola anche la lunghezza di un arco della stessa circonferenza corrispondente ad un angolo al centro ampio 60° (approssima il risultato ai decimi).

Soluzione

La circonferenza è lunga $C = 2\pi r = 2 \times 13 \times \pi = 26\pi = 81{,}64 \text{ cm}$. La lunghezza dell'arco si calcola impostando la seguente proporzione $l : 81{,}64 = 60 : 360 \Rightarrow l = \frac{81{,}64 \times 60}{360} \cong 13{,}6 \text{ cm}$.

10. I $\frac{5}{8}$ di una circonferenza misurano 150π cm. Calcola la misura del raggio della circonferenza.

Soluzione

La lunghezza della circonferenza è $150\pi : 5 \times 8 = 240\pi$ cm. Quindi il raggio è $r = \frac{C}{2\pi} = \frac{240\pi}{2\pi} = 120$ cm.

11. La somma di un angolo alla circonferenza e del corrispondente angolo al centro misura 108°. Calcola la lunghezza dell'arco su cui insistono, sapendo che esso appartiene ad una circonferenza di raggio 17,5 cm.

Soluzione

L'angolo al centro è il doppio del corrispondente angolo alla circonferenza, quindi quest'ultimo sarà ampio 108° : 3 = 36°. L'angolo al centro è ampio 36° x 2 = 72°. La lunghezza della circonferenza è $C = 2 \times \pi \times 17{,}5 = 109{,}9$ cm e la lunghezza dell'arco si calcola impostando la seguente proporzione $109{,}9 : 360° = x : 72° \Rightarrow x = \frac{109{,}9 \times 72°}{360°} = 21{,}98 \text{ cm}$.

12. A scuola abbiamo discusso l'apparente paradosso del problema della "cintura della Terra". Abbiamo calcolato che se mettiamo una cintura alla Terra lunga quanto l'equatore e poi la tagliamo aggiungendo un metro di lunghezza, la differenza tra i raggi della cintura originaria e di quella aumentata di un metro è di circa 16 cm. Se la cintura la mettiamo ad un'arancia e facciamo la stessa procedura, la distanza della cintura aumentata di un metro da quella originariamente messa all'arancia è sempre di circa 16 cm. Prova a dimostrarlo seguendo i suggerimenti.

a) $C_1 = 2\pi r_1$ (circonferenza prima di aggiungere 1 metro).

b) $C_2 = 2\pi r_1 + 1$ (circonferenza dopo aver aggiunto 1 metro).

c) il raggio della circonferenza non allungata è r_1.

d) il raggio della circonferenza allungata è $r_2 = \dfrac{C_2}{2\pi} = \dfrac{2\pi r_1 + 1}{2\pi} = ...$ Sei capace di proseguire?

Soluzione

Continuando la dimostrazione si ha che $r_2 = \dfrac{C_2}{2\pi} = \dfrac{2\pi r_1 + 1}{2\pi} = \dfrac{2\pi r_1}{2\pi} + \dfrac{1}{2\pi} = r_1 + \dfrac{1}{6{,}28} = r_1 + 0{,}16$, cioè il raggio della circonferenza allungata differisce da quello della circonferenza originaria sempre di circa 0,16 m, cioè 16 cm.