

VERIFICA DI MATEMATICA - 7 marzo 2017 classe 2^a D

Nome.....Cognome.....

ARITMETICA

1. Calcola i termini incogniti della seguente catena di rapporti: $x:5 = y:7 = z:9$ con $x + y + z = \frac{21}{8}$

Soluzione

$$x:5 = y:7 = z:9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x + y + z) : (5 + 7 + 9) = x : 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{21}{8} : 21 = x : 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{8} \times 5 \times \frac{1}{21} = \frac{5}{8}$$

con lo stesso procedimento si ottiene che $y = \frac{7}{8}$ e $z = \frac{9}{8}$.

2. Completa e rispondi alle domande.

a) La variazione della temperatura media in funzione dei mesi dell'anno è una funzione empirica o matematica? Perché?

Soluzione

Si tratta di una funzione empirica perché non è possibile esprimerla con una funzione matematica. Basti pensare che la temperatura media di gennaio non è sempre la stessa per tutti gli anni, pur se è sempre minore di quella di agosto. Non esiste cioè una funzione matematica che esprima il variare della temperatura con il variare dei mesi dell'anno.

b) Il variare del perimetro di un quadrato in funzione della lunghezza del suo lato è una funzione empirica o matematica? Perché?

Soluzione

Si tratta di una funzione matematica. Infatti, possiamo esprimere il perimetro con la funzione $p = 4l$. Questa formula è valida per tutti i quadrati.

c) La proporzionalità tra numero di spettatori in un teatro e incasso totale è diretta o inversa? Perché?

Soluzione

Si tratta di una proporzionalità diretta. Infatti, se il numero di spettatori raddoppia, anche l'incasso raddoppia.

d) La proporzionalità tra numero di operai e tempo impiegato a compiere un certo lavoro è diretta o inversa? Perché?

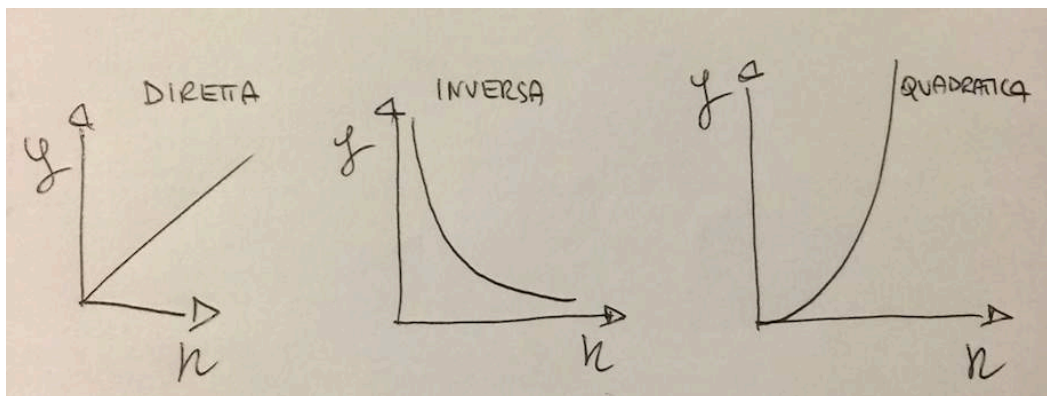
Soluzione

Si tratta di una proporzionalità inversa. Infatti, se raddoppiamo il numero di operai, il numero di ore per compiere un certo lavoro dimezza.

e) Quale tipo di grafico si ottiene rappresentando una proporzionalità diretta? E rappresentando una proporzionalità inversa? E rappresentando una proporzionalità quadratica? Disegna schematicamente i tre tipi di grafico.

Soluzione

Il grafico di una proporzionalità diretta è una semiretta uscente dall'origine del piano cartesiano. Il grafico di una proporzionalità inversa è un ramo di iperbole equilatera. Il grafico di una proporzionalità quadratica è un ramo di parabola.



3. Per ognuna delle seguenti funzioni indica se si tratta di una proporzionalità diretta (D), inversa (I) o quadratica (Q) e scrivi il valore della costante per ognuna delle proporzionalità.

a) $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ b) $y = \frac{24}{x}$ c) $y = \frac{12}{5x}$ d) $\frac{y}{x^2} = 4$ e) $4y = 12x$

Soluzione

a) D, $k = \frac{1}{2}$

b) I, $k = 24$

c) I, $k = \frac{12}{5}$

d) Q, $k = 4$

e) D, $k = \frac{12}{4} = 3$

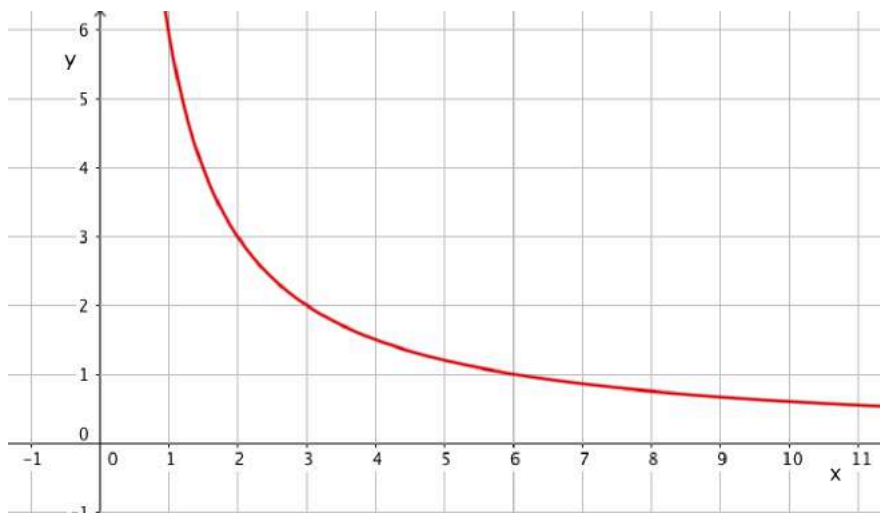
4. Osserva le seguenti tabelle e indica, dimostrandolo, se si tratta di proporzionalità diretta o inversa, scrivi la funzione di ognuna delle due proporzionalità e rappresenta i dati sul piano cartesiano.

a)					b)				
x	1	2	3/2	12	x	4	8	10	12
y	6	3	4	1/2	y	6	12	15	18

Soluzione

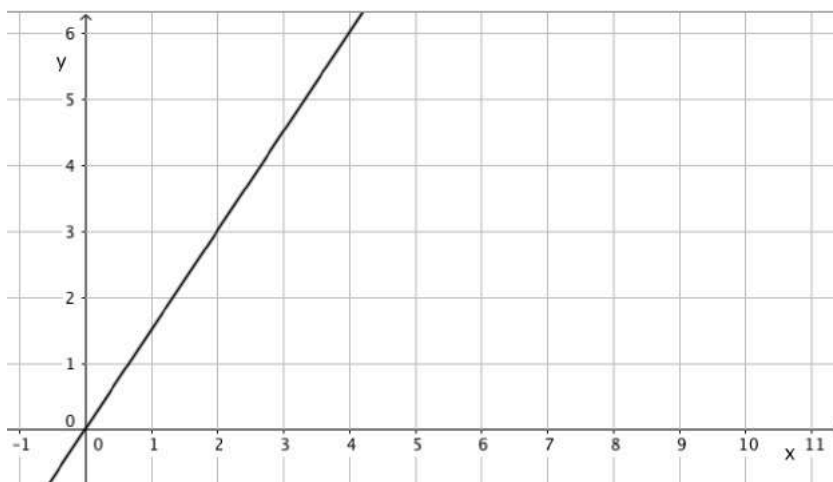
a) Si tratta di una proporzionalità inversa, infatti: $y \times x = 6 \times 1 = 3 \times 2 = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$. La funzione

matematica è $y = \frac{6}{x}$ oppure $yx = 6$. Il suo grafico è:



b) Si tratta di una proporzionalità diretta, infatti: $\frac{y}{x} = \frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$. La funzione matematica è

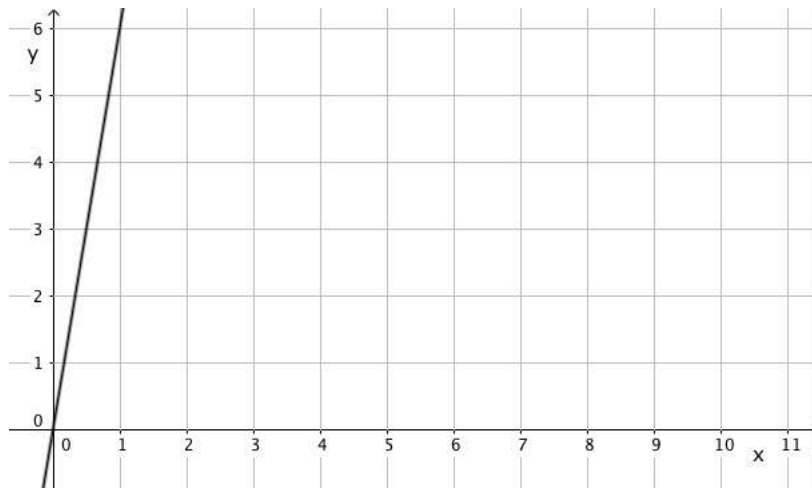
$y = \frac{3}{2}x$ oppure $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$. Il suo grafico è:



5. Esprimi il perimetro di un rettangolo (y), la cui base è doppia dell'altezza, in funzione della misura dell'altezza (x). Rappresentalo graficamente. È una funzione di proporzionalità diretta o inversa?

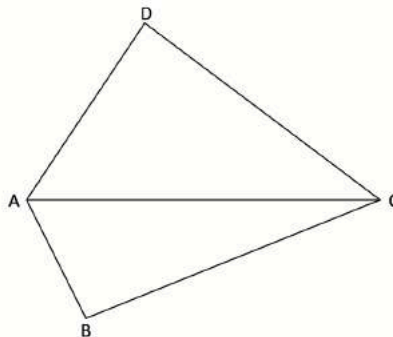
Soluzione

Il perimetro del rettangolo può essere espresso dalla funzione: $p = 2x + 2x + x + x = 6x$. Si tratta di una funzione di proporzionalità diretta. Il grafico di questa funzione è:



6. Quesito Invalsi 2015-2016. Mostra il procedimento seguito.

Osserva la figura.



L'area del triangolo ABC è $\frac{2}{5}$ dell'area del quadrilatero ABCD.

Qual è il rapporto fra l'area del triangolo ACD e l'area del triangolo ABC?

- A. 2:3
- B. 3:2
- C. 3:5
- D. 5:3

Soluzione

Il rapporto richiesto è $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{2}$.

GEOMETRIA

7. Rispondi e completa.

a) Un triangolo rettangolo con angoli $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ è la metà di un **quadrato** e l'ipotenusa è uguale **alla diagonale del quadrato**, cioè il $d = l\sqrt{2}$, il cateto per radice di due.

b) Un triangolo rettangolo con angoli $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ è la metà di un **triangolo equilatero** e l'ipotenusa è uguale **il doppio del cateto minore**.

c) Disegna due figure simili e spiega cosa rimane costante e cosa varia. Due figure si dicono simili se hanno gli angoli corrispondenti congruenti e i lati corrispondenti in proporzione. Rimane costante la forma della figura, mentre variano le lunghezze dei lati.

d) Il rapporto tra i perimetri di due figure simili è uguale al rapporto di similitudine, mentre quello tra le aree è uguale al quadrato del rapporto di similitudine.

8. Un rombo ha il perimetro di 102 cm ed una diagonale misura 24 cm. Calcola l'area del rombo.

Soluzione

Il lato del rombo è $102 : 4 = 25,5$ cm. La metà della seconda diagonale è $\sqrt{25,5^2 - 12^2} = 22,5$ cm. La diagonale maggiore è quindi lunga 45 cm. L'area del rombo è $A = \frac{45 \times 24}{2} = 540$ cm².

9. In un trapezio isoscele l'altezza misura 9 cm, la diagonale 41 cm e il lato obliquo è $\frac{5}{3}$ dell'altezza.

Calcola il perimetro di un quadrato equivalente ai $\frac{2}{5}$ del trapezio. Calcola inoltre l'area di un triangolo equilatero isoperimetrico al quadrato.

Soluzione

Il lato obliquo del trapezio è lungo $9 : 3 \times 5 = 15$ cm. La proiezione del lato obliquo sulla base maggiore è lunga $\sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ cm. La proiezione della diagonale sulla base maggiore è lunga $\sqrt{41^2 - 9^2} = 40$ cm. La base maggiore è quindi lunga $40 + 12 = 52$ cm, mentre la base minore è lunga $40 - 12 = 28$ cm.

L'area del trapezio è $A_T = \frac{(52 + 28) \times 9}{2} = 360$ cm². L'area del quadrato è quindi $360 : 5 \times 2 = 144$ cm².

La lunghezza del lato del quadrato è $l = \sqrt{144} = 12$ cm. Il perimetro del quadrato è $12 \times 4 = 48$ cm. Il lato del triangolo equilatero è quindi lungo $48 : 3 = 16$ cm. L'altezza del triangolo equilatero è

$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{16 \times \sqrt{3}}{2} \approx 13,86$ cm. L'area del triangolo è quindi $A_{TRI} = \frac{16 \times 13,86}{2} = 110,88$ cm².

10. Il perimetro di un primo rettangolo misura 48 cm. Calcola il perimetro di un secondo rettangolo simile al primo sapendo che il rapporto di similitudine tra il primo e il secondo rettangolo è di $\frac{8}{5}$.

Soluzione

È sufficiente impostare la seguente proporzione $48 : 8 = x : 5 \Rightarrow x = \frac{48 \times 5}{8} = 30$ cm. Infatti, il rapporto tra i perimetri di due figure simili è uguale al rapporto di similitudine.

11. Un quadrato ha l'area di 676 cm². Sapendo che il rapporto di similitudine con un secondo quadrato è $\frac{13}{15}$

calcola area e perimetro di questo secondo quadrato.

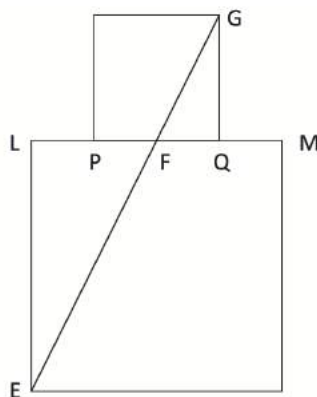
Soluzione

Per calcolare l'area del secondo quadrato è sufficiente impostare la seguente proporzione, ricordando che il rapporto tra le aree di due figure simili è uguale al quadrato del rapporto di similitudine

$$A_1 : A_2 = 13^2 : 15^2 \Rightarrow 676 : A_2 = 169 : 225 \Rightarrow A_2 = \frac{676 \times 225}{169} = 900 \text{ cm}^2. \text{ Quindi il lato del quadrato è } 30 \text{ cm}$$

e il suo perimetro è $30 \times 4 = 120 \text{ cm}$.

12. Quesito Invalsi 2014-2015.



I lati dei due quadrati rappresentati in figura sono uno la metà dell'altro. Il punto F è punto medio sia del segmento LM sia del segmento PQ. Il segmento FG misura 6 cm. Quanto misura EF?

Soluzione

Il segmento EF è lungo 12 cm. Infatti, i triangoli FQG e LFE sono simili e uno è il doppio dell'altro.

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F):

- | | | |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) I triangoli FQG e LFE hanno gli angoli uguali | <input checked="" type="checkbox"/> | F |
| b) FQ è la metà di FG | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| c) Il perimetro del triangolo LFE è il doppio del perimetro del triangolo FQG | <input checked="" type="checkbox"/> | F |